$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$$

وإذا كانت $\hat{y}_{t+1}$ تمثل التنبؤ بقيمة السلسلة الزمنية، فإن التغير القادم في السلسلة يقدر كالتالي

$$\hat{\Delta} y_{t+1} = \hat{y}_{t+1} - y_t$$

وبمساواة التغير السابق Δy_t بالتغير اللاحق $\hat{\Delta} y_{t+1}$ نصل إلى

$$\hat{y}_{t+1} - y_t = y_t - y_{t-1}$$

ومن ثم نصل إلى النموذج الآتي

$$\hat{y}_{t+1} = y_t + (y_t - y_{t-1}) \qquad (1.6.6)$$

أي أن التنبؤ في الفترة الزمنية القادمة يساوي القيمة الحاضرة y_t مضافًا إليه قيمة التغير الذي حدث في الفترة السابقة Δy_t.

المتوسطات المتحركة البسيطة Simple Moving Averages

يعتمد النموذج السطحي على القيمة الحالية y_t فقط للتنبؤ بالقيمة التالية y_{t+1}، بينما يعتمد تنبؤ التغير الثابت على أحدث قيمتين y_t, y_{t-1} للتنبؤ بالقيمة التالية y_{t+1}. أما طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة فتستخدم أحدث k قيمة للسلسلة للتنبؤ بالقيمة التالية أي تستخدم القيم $y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots, y_{t-(k-2)} + y_{t-(k-1)}$ وذلك بأخذ متوسط هذه القيم كما يلي

$$\hat{y}_{t+1} = \frac{1}{k}[y_t + y_{t-1} + \ldots + y_{t-(k-2)} + y_{t-(k-1)}] \quad ; \quad t = k, k+1, \ldots, n$$

(1.6.7)

www.geojamal.com تم تحميل هذا الكتاب من موقع جمال شعوان

وهذا يعني أن

$$\hat{y}_{t+2} = \frac{1}{k}[y_{t+1} + y_t + y_{t-1} + \ldots + y_{t-(k-2)}]$$

أي أنه لإيجاد المتوسط المتحرك البسيط $\hat{y}_{t+2}$ نستخدم نفس القيم التي استخدمت في حساب المتوسط السابق له مباشرة $\hat{y}_{t+1}$ بعد إحلال القيمة الأحدث y_{t+1} مكان القيمة الأقدم $y_{t-(k-1)}$. وهذا معنى التحرك أي أن المتوسط يتم تحديثه دائمًا بحذف المشاهدة الأقدم ووضع بدلاً منها المشاهدة التالية. فعلى سبيل المثال إذا كانت $k = 3$ فإنه يمكن تكوين $(n-3)$ متوسط متحرك بسيط مناظر لقيم السلسلة المتاحة كما يلي

$$\hat{y}_4 = \frac{1}{3}[y_3 + y_2 + y_1]$$

$$\hat{y}_5 = \frac{1}{3}[y_4 + y_3 + y_2]$$

$$\hat{y}_6 = \frac{1}{3}[y_5 + y_4 + y_3]$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$\hat{y}_n = \frac{1}{3}[y_{n-1} + y_{n-2} + y_{n-3}]$$

واختيار العدد الصحيح k يعتمد على رأي الباحث وخبرته العملية وهو أحد المشاكل التي تواجه مستخدم طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة. ودقة التنبؤ تعتمد على اختيار العدد الملائم ولذلك يمكن اختيار هذا العدد بطريقة التجربة والخطأ حيث تحسب جميع التنبؤات التي تناظر كل قيمة من قيم k الممكنة $(k = 2, 3, \ldots, n-1)$ وحساب الأخطاء ومن ثم حساب أحد المعايير الهامة لقياس حجم الأخطاء – ولتكن متوسط مربعات الأخطاء– المناظر لكل قيمة من قيمk واختيار قيمة k التي تناظر أصغر قيمة لهذا المعيار. وبالرغم من المشاكل التي قد تواجه الباحث عند اختيار قيمة

www.geojamal.com تم تحميل هذا الكتاب من موقع جمال شعوان

k الملاءمة إلا أن العيب الرئيسي لطريقة المتوسطات المتحركة البسيطة هو إعطاء أوزان متساوية لكل المشاهدات المستخدمة في حساب المتوسط فإذا كانت $k = 8$ مثلاً فإن الوزن الذي يعطى للقيمة الحديثة y_t يساوي الوزن الذي يعطى للقيمة الأقدم y_{t-7}. وهذا عادة ما يتعارض مع خصائص السلاسل الزمنية حيث نميل إلى إعطاء المشاهدات الأحدث أوزاناً أكبر. ولذلك يفضل استخدام طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة عندما يغلب الطابع العشوائي على بيانات السلسلة

مثال (3):

الجدول الآتي يوضح قيمة المبيعات السنوية من إحدى السلع بملايين الدولارات في الفترة من السنة 1990 إلى سنة 1998

السنة	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
قيمة المبيعات	9	11	10	12	11	9	13	11	9

a. استخدام طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة في إيجاد جميع التنبؤات الممكنة مرة باستخدام k=2 ومرة باستخدام k=3 وأوجد متوسط مربعات الأخطاء المناظرة في كل حالة.

b. تنبأ بقيمة المبيعات في سنة 1999

www.geojamal.com تم تحميل هذا الكتاب من موقع جمال شعوان

الحـــــل:

		K			
		2		3	
السنة	y_t	$\hat{y}_t$	e_t^2	$\hat{y}_t$	e_t^2
1990	9	-	-	-	-
1991	11	-	-	-	-
1992	10	$\frac{1}{2}[9+11]=10$	0	-	-
1993	12	$\frac{1}{2}[10+11]=10.5$	2.25	$\frac{1}{3}[10+11+9]=10$	4
1994	11	$\frac{1}{2}[12+10]=11$	0	$\frac{1}{3}[12+10+11]=11$	0
1995	9	$\frac{1}{2}[11+12]=11.5$	6.25	$\frac{1}{3}[11+12+10]=11$	4
1996	13	$\frac{1}{2}[9+11]=10$	9	$\frac{1}{3}[9+11+12]=10.67$	5.429
1997	11	$\frac{1}{2}[13+9]=11$	0	$\frac{1}{3}[13+9+11]=11$	0
1998	9	$\frac{1}{2}[11+13]=12$	9	$\frac{1}{3}[11+13+9]=11$	4
1999	?	$\frac{1}{2}[9+11]=10$	-	$\frac{1}{3}[9+13+11]=11$	-

a. إذا كانت k=2

$$MSE = \frac{1}{7}\,[0 + 2.25 + 0 + 6.25 + 9 + 0 + 9]$$

$$= 3.786$$

www.geojamal.com تم تحميل هذا الكتاب من موقع جمال شعوان

إذا كانت k=3

$$MSE = \frac{1}{6}\,[4+0+4+5.429+0+4]$$

$$= 2.905$$

b. ويمكن القول بأن قيمة k=3 أفضل من قيمةk=2 في التنبؤ لأن متوسط مربعات الأخطاء المناظر أقل ومن ثم فإن

$$\hat{y}_{10} = \frac{1}{3}\,[y_9 + y_8 + y_7] = \frac{1}{3}\,[9+11+13]$$

$$= 11$$

التمهيد الأسي Exponential Smoothing

طريقة المتوسطات المتحركة البسيطة السابق ذكرها من الطرق الخاصة جداً والتي تفيد فقط إذا كانت بيانات السلسلة يغلب عليها الطابع العشوائي أي إذا كانت البيانات تتأرجح بشكل غير نمطي حول متوسط ثابت يمثل مستوى السلسلة على الفترة الزمنية موضع الدراسة. ولكن في الكثير من التطبيقات قد يتغير متوسط الظاهرة ببطء على الفترة الزمنية موضع الدراسة، وفي مثل هذه الحالات قد يكون من المنطقي إعطاء وزن أكبر لأحدث مشاهدة عند التنبؤ وأوزاناً تتناقص بشكل أو بآخر بزيادة عمر المشاهدة أي بزيادة الفاصل الزمني بين زمن المشاهدة والزمن الذي يراد التنبؤ عنده. وبالطبع يوجد العديد من الدوال الرياضية التي تعكس مفهوم تناقص الأوزان أو الأهميات بزيادة عمر المشاهدة، إلا أن أهم هذه الدوال ما يعرف بالدوال الأسية والتي وجدت أرضية خصبة وممهدة ليس في أدبيات السلاسل الزمنية التقليدية فحسب بل في الأدبيات الحديثة أيضًا. وتعتمد فكرة هذه الدوال على إعطاء وزن ترجيح كبير لأحدث مشاهدة عند الزمن الذي يراد التنبؤ عنده ثم إعطاء أوزان ترجيحية تتناقص بشكل أسي مع زيادة الفاصل الزمني بين زمن التنبؤ وزمن المشاهدة.

www.geojamal.com تم تحميل هذا الكتاب من موقع جمال شعوان