١ـ٣ تحليل التباين لمعيارين Two-Way Classification Analysis of Variance

سيتم التطرق في حالة تحليل التباين لمعيارين باختصار الـــى الشكل العام او المخطط الخاص بالتجربة ذات التصنيف بمعيارين والـى جدول تحليل التباين لمثل هذه التجارب باعتبار ان الطالب قد اخذ فكرة مبسطة لطرق تقدير التباين سابقا وكذلك كيف امكن التوصل الـــى توزيع (F) وعليه يستطيع الطالب ان يسير بنفس تلك الخطوات ما عدا انه ستضاف في هذه الحالة مركبة جديدة.

ان المخطط العام للتجارب ذات التصنيف بمعيارين يمكـــن ان يكون كالاتي

المجموعات او العينات (الاعمدة) / المجموعات او العينات (الصفوف)	1	2	...	j	...	L	المجموع	المتوسط
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1L}	$x_{1.}$	$\bar{x}_{1.}$
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2L}	$x_{2.}$	$\bar{x}_{2.}$
.	.	.		.		.	.	.
.	.	.		.		.	.	.
.	.	.		.		.	.	.
i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{iL}	$x_{i.}$	$\bar{x}_{i.}$
.	.	.		.		.	.	.
.	.	.		.		.	.	.
.	.	.		.		.	.	.
k	x_{k1}	x_{k2}		x_{kj}		x_{kL}	$x_{k.}$	$\bar{x}_{k.}$
المجموع	$x_{.1}$	$x_{.2}$	...	$x_{.j}$	..	$x_{.L}$	$x_{..}$	
المتوسط	$\bar{x}_{.1}$	$\bar{x}_{.2}$	...	$\bar{x}_{.j}$	...	$\bar{x}_{.L}$		$\bar{x}_{..}$

يلاحظ من المخطط اعلاه ان هناك اتجاهين من المجموعات او العينات • المجموعات الصفيه واخرى عموديه • اما الفرق بين هذا المخطط وذلك المخطط الخاص بالتجارب ذات التصنيف بمعيار واحد فهو ان كل مشاهده في المخطط الحالي تنتمي لنوعين من المجموعات اما هناك فكانت كل مشاهدة تنتمي مجموعه واحدة ، كما ان عدد المشاهدات هنا ثابت في كل مجموعة فهو k في المجموعات العموديه و L في المجموعات الصفيه • اما هناك فان المشاهدات في كل مجموعه قد يكون متساو اولا يكون • ان المتطابقه الاساسيه لتحليل التباين لمعيارين هي :

$$\sum\sum(x_{ij}-\bar{x}_{..})^2 = \sum\sum(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2 + \sum\sum(\bar{x}_{.j}-\bar{x}_{..})^2$$

$$+ 2\sum\sum(x_{ij}-\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{.j}-\bar{x}_{..})^2$$

بعبارة اخرى ان مجموع المربعات الكلي امكن تقسيمه الى المركبات التالية :

مج مربعات الانحرافات لبين الصفوف وهو

$$\sum\sum(\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{..})^2$$

مج مربعات الانحرافات لبين الاعمده وهو

$$\sum\sum(\bar{x}_{.j}-\bar{x}_{..})^2$$

مج مربعات الخطأ وهو

$$\sum\sum(x_{ij}-\bar{x}_{i.}-\bar{x}_{.j}-\bar{x}_{..})^2$$

وهو يساوي كذلك مج المربعات الكلي مطروحا منه مجموع المربعات لبين الصفوف مطروحا منه مج المربعات لبين الاعمده •

وعليه فان جدول تحليل التباين سيكون كما في الجدول (١ــ٤) ادناه :

جدول (١ ــ ٤)

تحليل التباين لمعيارين

S.O.V	d.f	S.S	M.S	F
بين المجموعات (الصفيه)	K-1	$\frac{\sum x_{i\cdot}^2}{L} - C.F$	$\frac{S.S}{K-1}$	$\frac{S.S}{(K-1)} / \frac{S.S.e}{(K-1)(L-1)}$
بين المجموعات (العموديه)	L-1	$\frac{\sum x_{\cdot j}^2}{K} - C.F$	$\frac{S.S}{L-1}$	$\frac{S.S}{(L-1)} / \frac{S.S.e}{(K-1)(L-1)}$
الخطأ	(K-1)(L-1)	SSe	$\frac{SSe}{(K-1)(L-1)}$	
الكلي	KL-1	$\sum\sum x_{ij}^2 - C.F$		

وان مجـ المربعات لمركبه الخطأ يستخرج من

مجـ المربعات الكلي ــ مجـ المربعات لبين المجموعات (الصفيه)

ــ مجـ المربعات لبين المجموعات (العموديه)

كذلك فان درجات الحريه لمركبه الخطأ يمكن ان تستخرج من :

درجة حرية الكلي ــ درجة حرية بين المجموعات (الصفيه) ــ درجة حرية بين المجموعات (العموديه)

تجربة (١ــ٢)

في تجربة اجريت لمقارنة تاثير ستة انواع من الاسمدة هي (A ، B ، C ، D ، E ، F) على محصول الهنجر ونظرا لكون مساحة الحقل الواحد لا تكفي لعمل التجربة فقد اخذت اربعة حقول كل منها تتكون من ست قطع صغيرة ووزعت انواع الاسمدة على قطع كل حقل بصورة عشوائيه والجدول الاتي يبين المحصول بالطن لكل قطعة •

المطلوب :

اختبار معنوية الفرق بين انواع الاسمدة وكذلك معنوية الفرق بين الحقول •

الحقل / نوع السماد	1	2	3	4	
A	13.2	16.3	17.4	15.8	62.7
B	14.1	15.6	16.3	15.9	61.9
C	12.9	11.1	14.5	14.2	52.7
D	15.2	17.2	15.7	15.1	63.2
E	17.1	18.3	16.9	15	67.3
F	14.9	15.6	14.3	13.1	57.9
	87.4	94.1	95.1	89.1	365.7

الحـــــــل :

مج المربعات الكلي هو

$$\text{Total S.S} = (13.2)^2 + (14.1)^2 + \dots + (13.1)^2 - \frac{(365.7)^2}{24}$$

$$= 62.92$$

مج المربعات بين المجموعات (الصفيه) هـ و

$$\text{Rows S.S} = \frac{(62.7)^2 + (61.9)^2 + \dots + (57.9)^2}{4} - \text{C.F}$$

$$= 31.67$$

مج المربعات لبين الاعمدة (المجموعات العموديه) هو

$$\text{Columns S.S} = \frac{(87.4)^2 + (94.1)^2 + (95.1)^2 + (89.1)^2}{6} - \text{C.F}$$

$$= 7.05$$

مج المربعات للخطأ هو

$$S.S_{error} = S.S.T - S.S(\text{Rows}) - S.S(\text{Columns})$$

$$= 24.2$$

وعليه فان جدول تحليل التباين يمكن ان يكون وفق هـــــذا الجدول (١ــ٥) ادناه :

B612

جـدول (١ ــ ٥)

يبين تحليل التباين لبيانات التجربة (١ــ٢)

S.O.V	d.f	S.S	M.S	F
بين انـــواع الاسمدة	5	31.67	6.334	3.92*
بين الحقـــول	3	7.05	2.35	1.45
الخطأ	15	24.2	1.613	
الكلـــي	23	62.92		

من جداول F (الجدول فـي الملاحـــق) نجـــد قيمتي F الجدوليه للمستويين 0.05 ، 0.01 ولدرجـــتي حرية (15 و 5) هما (2.9 ، 4.56) على التوالي .

بما ان قيمة F المستخرجه في الجدول اعلاه اكبر من قيمة (F) الجدوليه فان الفروق بين انواع الاسمدة هي فروق معنوية .

كذلك لاختبار الفروق لبين الحقول تقارن قيمة F المحتسبه لبين الحقول (1.45) مع قيمتي F الجدوليه للمستويـــن ولدرجتي حريه (15 و 3) وهما على التوالي (3.29 ، 5.45) وبما ان قيمة F بين الحقول المحتسبه في الجدول اعلاه اصغـــر من قيمتي F الجدوليه فاذ ن الفروق بين الحقول هي فـــروق غير معنويه .

١ـ٤ الفروض الواجب توفرها لتحليل التباين

عند اجراء تحليل التباين لابد من ملاحظة البيانات تحت البحث من حيث وجود قيم شاذه فيها اوعدم تحقيق بعض الشروط اللازمة لاجراء التحليل وواضح ان عدم تحقيق اى شرط يؤدى الى خلل وعدم دقة في النتائج لاختبار المعنوية وهذه الفروض هي :

1. **التاثيرات الاساسية تجميعية** Additive

وهذا يعني ان قيمة المشاهدة في اية وحدة تجريبية تحدد من تاثير المعالجة مضافا اليها التاثيرات الاخرى والمتوسط العام.

واهم حالة تجعل هذا الفرض لا يتحقق هو عندما تكون التاثيرات مضروبه Multiplicative وتحول الى تاثير متجمع باخذ اللوغارتيم للبيانات كما سيتم شرحه لاحقا.

2. الاخطاء مستقلة من مفرده الى اخرى وتتوزع طبيعيا بمتوسط صفر وتباين σ^2. ان تطبيق التوزيع العشوائي عند اجراء التجربة يضمن توفر هذا الشرط.

3. **تجانس تباينات العينات او المجموعات**

ان هذا الفرض يعني ان تكون الاختلافات العشوائيه داخل المجموعات متجانسه وبالتالي تكون الاختلافات العشوائيه متساويه بالنسبة للعينات المختلفه مما يساعد