مقارنة تشتت عينتين :

ان اختبار (F) وهو نسبة بين تباين عينتين $\frac{S_1^2}{S_2^2}$ بدرجات حرية (n_1-1) ، ($n_2 - 1$) ومستوى دلالة (0.05) و (0.01) حيث ان :

n_1 : عدد مفردات العينة الاولى

n_2 : عدد مفردات العينة الثانية

وقد قام العالم فيشر (R.A. Fisher) بدراسة هذه النسبة وكون جداول خاصة للعلاقة

$$k = \frac{1}{2} \log \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

الا ان العالم سنيديكور (Snedecor) قام بحساب جداول للنسبة $\frac{S_1^2}{S_2^2}$ وسماها بجداول (F) (نسبة الى اسم العالم فيشر) :

وتوزيع (F) يستخدم لاختبار الفرضية التي تقول بان تباين العينتين متساويان فاذا كانت هذه النسبة اكبر من ان تكون راجعة للصدفة فترفض الفرضيه القائله بتساوي التباين . وهذه الطريقة تطبق للمقارنة بين تشتت عدة عينات حيث ان فترة العالم فيشر تعتمد على اجراء المقارنة مرة واحدة على امكانية تجزئة (Partitioned) مجموع المربعات الكلي لجميع المفردات (المشاهدات) الى جزئين او اكثر على ان يكون احد اهما لمجموع المربعات داخل كل عينة ، ويجب ان مفردات العينة الواحدة متجانسة فان التباين يرجع الى الصدفة وعليه فهذا التباين يصلح ان يكون مقياسا للمقارنة مع بقية التباينات فان كان التباين الاخر اكبر او يساوي هذا كانت الفروق معنوية (جوهرية) اي ان الاختلافات (التباين الاخر) لم تكن بسبب الصدفه .

١ـ٢ تحليل التباين لمعيار واحد One-Way Classification Analysis of Variance.

لغرض توضيح فكرة تجزئة التباين الى مركبتين لنفترض ان لدينا (k) من المجموعات وفي كل مجموعة (n) من المفردات (المشاهدات) كما في الجدول الاتي :

المجموعات	1	2	j	n	المتوسط $x_{i.}$	
1	x_{11}	x_{12} ...	x_{1j} ...	x_{1n}	$x_{1.}$	$\bar{x}_{1.}$
2	x_{21}	x_{22} ...	x_{2j} ...	x_{2n}	$x_{2.}$	$\bar{x}_{2.}$
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
i	x_{i1}	x_{i2} ...	x_{ij} ...	x_{in}	$x_{i.}$	$\bar{x}_{i.}$
.	.				.	.
.	.				.	.
.	.				.	.
k	x_{k1}	x_{k2} ...	x_{kj} ...	x_{kn}	$x_{k.}$	$\bar{x}_{k.}$
					$x_{..}$	$\bar{x}_{..}$

حيث ان :

x_{ij} : قيمة المشاهدة ضمن المجموعه i والتي ترتيبها j

$x_{i.}$: مجموع نتائج جميع مفردات (مشاهدات) المجموعة i ويعبر عنه

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}$$

$\bar{x}_{i.}$: متوسط المجموعة i ويعبر عنه بالرمز $\dfrac{\sum_{j=1}^{n} x_{ij}}{n}$

$x_{..}$: المجموع العام لنتائج جميع المشاهدات ويعبر عنه بالرمز

$$\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}$$

$\bar{x}_{..}$: المتوسط العام ويعبر عنه بـ $\dfrac{x_{..}}{kn} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}}{kn}$

وهنا يجب ان نفترض ان المشاهدات (x_{ij}) تتوزع طبيعيا بمتوسطات هي $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k$ للمجموعات $(1, 2, \ldots, k)$ على التوالي وان الانحراف المعياري لهذه المجموعات نفترضه متساو وثابت ونرمز له بالرمز

السؤال الذي يهمنا هنا هو هل هناك فروقات معنوية (جوهرية) بين المجموعات على ضوء المشاهدات في كل مجموعة ؟

ان فرضية العدم التي تقابل هذا التساؤل هي :

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k$$

تحليل التباين لمعيار واحد

F	متوسط المربعات Mean Squares. M.S	مج المربعات Sum of Squares S.S	درجة الحرية Degrees of Freedom. d.f	مصدر التباين Sources of Variation S.O.V
$\frac{\frac{S.S}{k-1}}{\frac{S.S}{N-k}}$	$S.S/(k-1)$	$SST = \sum \frac{x_{i.}^2}{n_i} - C.F$	$k-1$	بين المجموعات Between trurments
	$S.S/(N-K)$	$SSe = \sum [\sum x_{ij}^2 - \frac{x_{i.}^2}{n_i}]$	$N-K$	داخل المجموعات within treatments
		$SST = \sum\sum x_{ij}^2 - C.F$	$N-1$	الكلي

Where $CF = \frac{X_{..}}{N}$

تجربة (١ ــ ١)

يهتم بعض الصناعيين بمتانة النسيج الذى يستخدم لصناعة بعض الالبسة الرجالية، وهناك شك من ان المتانة تتاثر بنسبةالقطن الموجود في النسيج • تم اختيار خمسة انواع (مجموعات) كانت نسبة القطن في انتاجها (15% ، 20% ، 25% ، 30% ، 35%) على التوالي واخذت عشوائيا من كل مجموعة من المجموعات خمس مشاهدات كما موضح في الجدول (١ــ٢) ادناه • (البيانات تمثل قوة الشد في النسيج مقاسه بوحدات خاصة)•

المطلوب :

عمل جدول تحليل التباين واختبار معنوية الفروق بين المجموعات (الانواع) •

جدول (١ ــ ٢)

يبين بيانات قوة الشد للمشاهدات التي اختيرت عشوائيا من كل مجموعة

المجموعات / المشاهدات	15%	20%	25%	30%	35%	
	7	12	14	19	7	
	7	17	18	25	10	
	15	12	18	22	11	
	11	18	19	19	15	
	9	18	19	23	11	
	49	77	88	108	54	376

الحـــل :

مج المربعات الكلي هو

$$\text{Total S.S} = \sum\sum x_{ij}^2 - \text{C.F}$$

$$= (7)^2 + (7)^2 + \ldots + (11)^2 - \frac{(376)^2}{25}$$

$$= 636.96$$

مج المربعات لبين المجموعات (الانواع) هـــو :

$$\sum \frac{x_{i.}^2}{n_i} - \text{C.F} = \frac{(49)^2 + (77)^2 + (88)^2 + (108)^2 + (54)^2}{5} - \text{C.F}$$

$$= 475.76$$

مج المربعات داخل العينات (المجموعات) = مج المربعات الكلي ــ مج المربعات لبين العينات

اى ان

$$\text{Within Groups S.S} = 636.96 - 475.76$$
$$= 161.2$$

وعليه فان جدوله تحليل التباين يمكن ان يكون كما في الجـــدول (١ ــ ٣) الاتـي :

تحليل التباين لبيانات التجربـــة (١ــ١)

S.O.V	d.f	S.S	M.S	F
بين المجموعات	4	475.76	118.94	14.76**
داخل المجموعات (الخطأ)	20	161.2	8.06	
الكلـــي	24	636.96		

من جدول (F) نجد ان قيمتي (F) لدرجتي حريـــة (20 و 4) ومستوى معنويه 0.05 و 0.01 هما 2.87, 4.43 على التوالي .

وبما ان قيمة (F) المستخرجه في الجدول اعلاه اكبر مـــن قيمتي (F) الجدوليه فاذن الفروق لبين المجموعات هي فـــروق معنويه بدرجة عاليه لذلك وضعنا العلامة (**) على قيمـــة (F) المستخرجه في جدول تحليل التباين للدلاله على هـــذه النتيجة .

وعليه ترفض الفرضيـــة .

ملاحظـــة : ليس من الضروري ان يكون عدد المشاهدات في كـــل مجموعة متساويا ، وعليـــه فان التحليل يبقى كما هو ماعدا اننا عندما نستخرج مجموع المربعات لبين المجموعات نقسم مربع مجموع المجموعة على عددها (اي عدد مشاهداتها او مفرداتها) n_i .

تحليل التباين لبيانات التجربـــة (١ــ١)

S.O.V	d.f	S.S	M.S	F
بين المجموعات	4	475.76	118.94	14.76**
داخل المجموعات (الخطأ)	20	161.2	8.06	
الكلـــي	24	636.96		

من جدول (F) نجد ان قيمتي (F) لدرجتي حريـــة (20 و 4) ومستوى معنويه 0.05 و 0.01 هما 2.87, 4.43 على التوالي .

وبما ان قيمة (F) المستخرجه في الجدول اعلاه اكبر مـــن قيمتي (F) الجدوليه فاذن الفروق لبين المجموعات هي فـــروق معنويه بدرجة عاليه لذلك وضعنا العلامة (**) على قيمـــة (F) المستخرجه في جدول تحليل التباين للدلاله على هـــذه النتيجة .

وعليه ترفض الفرضيهـــة .

ملاحظـــة : ليس من الضروري ان يكون عدد المشاهدات في كـــل مجموعة متساويا ، وعليـــه فان التحليل يبقى كما هو ماعدا اننا عندما نستخرج مجموع المربعات لبين المجموعات نقسم مربع مجموع المجموعة على عددها (اي عدد مشاهداتها او مفرداتها) n_i .